## Pour s'entraîner Primitives et intégrales

**Exercice 1.** Soient les fonctions f et F définies sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 3x^2 - 3x$  et  $F(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2$ .

- 1. Vérifier que F est une primitive de f.
- 2. Déterminer la primitive de f sur  $\mathbb{R}$  qui s'annule pour  $x_0 = -1$

Exercice 2. Soit F et G les fonctions définies sur  $]-1;+\infty[$  par  $:F(x)=\frac{3x^2+4x}{x+1}$  et  $G(x)=\frac{3x^2-x-5}{x+1}$ 

F et G sont-elles primitives d'une même fonction f sur l'intervalle  $]-1;+\infty[$ .

Exercice 3. Dans chaque cas, déterminer une primitive de la fonction donnée.

1. 
$$x \mapsto -3$$
 2.  $x \mapsto 2x - \frac{1}{3}$  3.  $x \mapsto \frac{x^2}{3} - x$  4.  $x \mapsto 3x^2 + \frac{2x}{3} - 7$ 

**Exercice 4.** Déterminer sur  $]0:+\infty[$  la primitive de F de la fonction définie par  $f(x)=\frac{1}{x^2}-1$  vérifiant F(1)=-1.

**Exercice 5.** Déterminer sur  $\mathbb{R}$  la primitive de F de la fonction définie par  $f(x) = \exp(x)$  vérifiant F(0) = e.

**Exercice 6.** Déterminer sur  $\mathbb{R}$  la primitive de F de la fonction définie par  $f(x) = 3x^2 - 2x$  vérifiant F(1) = 2.

Exercice 7. Dans chaque cas, déterminer une primitive de la fonction donnée.

1. 
$$x \mapsto \frac{1}{(x+2)^2} \text{ sur } ]-\infty; -2[$$

2. 
$$x \mapsto \frac{2}{(x+3)^2} \text{ sur } ]-3;+\infty[$$

Exercice 8. Dans chaque cas, déterminer une primitive de la fonction donnée.

1. 
$$x \mapsto \frac{x}{(x^2+2)^3}$$
 sur  $\mathbb{R}$ 

2. 
$$x \mapsto \frac{3x^2}{(x^3-1)^4}$$
 sur  $]1; +\infty[$ 

Exercice 9. Dans chaque cas, déterminer une primitive de la fonction donnée.

1. 
$$x \mapsto \exp(x) - 2\exp(-x)$$

2. 
$$x \mapsto \frac{2x}{(x^2+3)^2}$$

$$3. \ x \mapsto \frac{x}{2\sqrt{x^2 + 1}}$$

4. 
$$x \mapsto \frac{9x^2 - 3}{(x^3 - x)^2}$$

Exercice 10. Calculer les intégrales suivantes :

1. 
$$I_1 = \int_{-2}^{1} (-x^2 - 2x + 1) dx$$

2. 
$$I_2 = \int_{-1}^{1} (3x^2 - 4x + 5) \, dx$$

$$3. \ I_3 = \int_1^3 \frac{4}{x^2} \, \mathrm{d}x$$

4. 
$$I_4 = \int_{-2}^{2} (3t^2 - 1) \, dt$$

5. 
$$I_5 = \int_1^3 \left(2u - 1 + \frac{1}{u^2}\right) du$$

$$6. \ I_6 = \int_0^{2013} \frac{4}{x^{2014}} \, \mathrm{d}t$$

**Exercice 11.** Calculer la valeur exacte de chacune des intégrales suivantes à l'aide d'une primitive.

1. 
$$I_1 = \int_{-1}^{4} (x-1)^2 \, \mathrm{d}x$$

2. 
$$I_2 = \int_1^2 \frac{1}{(2x-1)^2} \, \mathrm{d}x$$

3. 
$$I_3 = \int_0^{\pi} e^{\cos(t)} \sin(t) dt$$

4. 
$$I_4 = \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{x^2 - 1}{x} \, \mathrm{d}x$$

5. 
$$I_5 = \int_{-4}^{-3} \frac{x+1}{(x^2+2x)^2} \, \mathrm{d}x$$

6. 
$$I_6 = \int_{-2}^{1} u(u^2 - 1)^2 du$$

7. 
$$I_7 = \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} \, \mathrm{d}x$$

8. 
$$I_8 = \int_{-1}^1 e^{t+e^t} dt$$

**Exercice 12.** En remarquant que pour tout réel t,  $t^3 = t^3 + t - t$ , calculer la valeur de :  $I = \int_0^1 \frac{t^3}{t^2 + 1} dt$ .

**Exercice 13.** Calculer l'intégrale suivante :  $I = \int_1^2 \frac{3u^2 + 2u - 1}{u} du$ .

Exercice 14. Calculer les intégrales suivantes :

1. 
$$\int_{1}^{2} 4x e^{3x-1} dx$$

2. 
$$\int_0^1 x e^{4+5x} dx$$

3. 
$$\int_0^1 -x e^x dx$$

4. 
$$\int_{-1}^{1} (x+3)e^{-x} dx$$
.

Exercice 15. Calculer les intégrales suivantes :

1. 
$$\int_{-1}^{1} 2x^3 e^{x^2 - 1} dx$$

2. 
$$\int_0^1 \frac{x}{(5x+3)^2} \, \mathrm{d}x$$

3. 
$$\int_{-1}^{0} \frac{5x}{(3x-9)^3} \, \mathrm{d}x$$

Exercice 16. Calculer les intégrales suivantes :

1. 
$$\int_{-1}^{3} 3x^2 e^{x^2} dx$$

2. 
$$\int_0^2 4(2x+1)^3 e^{x^2+x-1} dx$$

Exercice 17. Calculer les intégrales données à l'aide d'une double intégration par partie :

1. 
$$\int_{-1}^{3} \frac{3}{2} x^5 e^{x^2} dx$$

2. 
$$\int_{-1}^{0} x^5 e^{x^2 - 1} dx$$

3. 
$$\int_{-1}^{3} x^5 (x^2 - 4)^3 \, \mathrm{d}x$$

4. 
$$\int_0^1 \frac{36x^5}{(2-3x^2)^4} \, \mathrm{d}x$$